Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava
číslo 1, rok 2008, ročník VIII, řada stavební
článek č. 18

Josef ALDORF[1], Eva HRUBEŠOVÁ[2], Karel VOJTASÍK[3], Lukáš ĎURIŠ[4]

STANOVENÍ TUHOSTI BETONOVÉHO OSTĚNÍ VYZTUŽENÉHO VÁLCOVANÝMI PROFILY

1 ÚVOD

Pro primární vyztužení tunelů prováděných NRTM se používá stříkaný beton vyztužený ocelovými prvky. Základní vstupní veličinou pro matematické modelování primárního ostění je stanovení ohybové a normálové tuhosti ostění, což zejména u průřezu vyztužených tuhými válcovanými prvky (v současnosti např. tunel Dobrovského v Brně) může výrazně zkomplikovat řešení. Pro nahrazení takovéhoto vyztuženého průřezu průřezem homogenním je používána teorie ocelobetonu, kde homogenizace průřezu je prováděna podle vztahů

$$b_{ci} = \frac{b_c . E_c}{E_s} \; ; \; A_{ci} = b_{ci} . h_c \; ;$$

převádějících problém homogenizace na stejnorodý průřez s modulem pružnosti E_s, ze kterého jsou dále počítány průřezové veličiny J_x a další. Tento postup zejména u časově závislých modulů pružnosti betonu vede k potřebě opakování výpočtu s jinou hodnotou b_{ci}. V příspěvku je předložen alternativní přístup, využívající teorii nehomogenních spolupracujících prstenců podle Fotievové homogenizující průřez ve vztahu modulu pružnosti betonu.

2 POSTUP PŘI STANOVENÍ KVAZIHOMOGENNÍHO MODULU PRUŽNOSTI PRŮŘEZU

Algoritmus pro stanovení kvazihomogenního modulu pružnosti kruhového nehomogenního výztužního prstence vychází z analytického modelu pro výpočet napěťo-deformačního stavu ve vícevrstvém kruhovém prstenci, který byl formulován Fotievovou [1]. Tento algoritmus vychází z předpokladu, že se vnější zatížení (normálové i smykové) prstence přenáší jednotlivými vrstvami pomocí tzv. přenosových koeficientů, které obecně plynou z podmínky spojitosti deformací na jednotlivých kontaktech vrstev výztuže. Tyto přenosové koeficienty jsou funkcemi tloušťky vrstev a přetvárných charakteristik materiálů vrstev (Poissonovo číslo, modul pružnosti). Metoda vychází z následujícího tvaru vnějšího zatížení (obr.1).

[1] Prof. Ing. Josef Aldorf, DrSc., Katedra geotechniky a podzemního stavitelství, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 944, e-mail: josef.aldorf@vsb.cz.
[2] Doc. RNDr. Eva Hrubešová, Ph.D., Katedra geotechniky a podzemního stavitelství, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 373, e-mail: eva.hrubesova@vsb.cz.
[3] Doc. Ing. Karel Vojtasík, CSc., Katedra geotechniky a podzemního stavitelství, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 947, e-mail: karel.vojtasik@vsb.cz.
[4] Ing. Lukáš Ďuriš, Katedra geotechniky a podzemního stavitelství, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 948, e-mail: lukas.duris@vsb.cz.

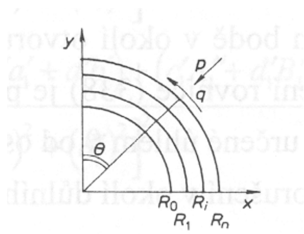
$$p = p_n = p_0 + p_2 \cos 2\theta$$
$$q = q_n = q_0 \sin 2\theta$$

p_0 – radiálně symetrická složka normálového vnějšího zatížení

p_2 – radiálně nesymetrická složka normálového vnějšího zatížení

q_2 – složka vnějšího tangenciálního zatížení

Napětí p_k, q_k na jednotlivých kontaktech vrstev jsou definována pomocí přenosových koeficientů následujícími vztahy:



$$p_k = p_0(k) + p_2(k)\cos 2\theta$$
$$q_k = q_0(k)\sin 2\theta$$
$$p_0(k) = \left(\prod_{i=k+1}^{n} K_0(i)\right) p_0$$
$$\begin{pmatrix} p_2(k) \\ q_2(k) \end{pmatrix} = \left[\prod_{i=k+1}^{n} \begin{pmatrix} K_{pp}(i) & K_{pq}(i) \\ K_{qp}(i) & K_{qq}(i) \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} p_2 \\ q_2 \end{pmatrix}$$

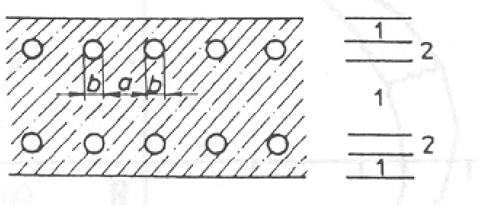
Obr. 1: Základní výpočetní schéma vícevrstvého výztužního systému

kde $K_0(i)$, $K_{pp}(i)$, $K_{pq}(i)$, $K_{qp}(i)$,$K_{qq}(i)$, i=1,...,n jsou přenosové koeficienty přes i-tou vrstvu výztuže(přenosové koeficienty přes první (vnitřní) vrstvu jsou rovny nule).

Takto vyjádřeným hodnotám napětí na jednotlivých kontaktech vrstev pak odpovídají posuny na kontaktech vrstev. Pro radiálně symetrickou složku posunů na vnějším povrchu k-té vrstvy platí vztah:

$$u_0(k) = \frac{R_k}{4G_k\left(c_k^2 - 1\right)}\left(p_0(k)d_1' - p_0(k-1)d_2'\right)$$
$$c_k = \frac{R_k}{R_{k-1}}, \kappa_k = 3 - 4\mu_k \qquad (1)$$
$$d_1' = c_k^2(\kappa_k - 1) + 2, d_2' = \kappa_k + 1$$

Uvedená výpočetní metodika je základem pro stanovení kvazihomogenního modulu pružnosti nehomogenního ostění. Nehomogenní ostění s vnitřními vložkami z odlišného materiálu (např. ocelové vložky) lze totiž rozdělit na jednotlivé dílčí vrstvy, z nichž některé jsou vrstvy homogenní (tři vrstvy označené 1 na obr. 2), některé jsou nehomogenní s pravidelně se střídajícími dílčími tuhostně odlišnými oblastmi (výplň, vložka) (dvě vrstvy označené 2 na obr. 2). Celé toto ostění tak může být považováno za speciální případ vícevrstvého ostění a pro stanovení napěťo-deformačního stavu lze tedy vycházet z již zmíněného algoritmu pro řešení vícevrstvých prstenců.



Obr. 2: Metodika rozdělení nehomogenního ostění na jednotlivé dílčí vrstvy typu 1 a 2

Výpočetní postup pro stanovení kvazihomogenního modulu pružnosti nehomogenního ostění lze rozdělit do dvou dílčích kroků:

1) stanovení dílčího kvazihomogenního modulu pružnosti v jednotlivých dílčích nehomogenních vrstvách, ve kterých jsou instalovány ocelové vložky

2) stanovení celkového kvazihomogenního modulu pružnosti pro celý prstenec ostění

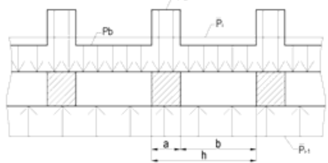
3 STANOVENÍ DÍLČÍHO KVAZIHOMOGENNÍHO MODULU PRUŽNOSTI V DÍLČÍ NEHOMOGENNÍ VRSTVĚ

Tvar pro vyjádření dílčího kvazihomogenního modulu pružnosti dílčí nehomogenní vrstvy plyne ze základního předpokladu, že radiální posunutí na kontaktních plochách jednotlivých vrstev je identické jak v případě kontaktu s vložkou, tak v případě kontaktu s výplní. Napětí na jednotlivých kontaktech však, na rozdíl od posunů, vykazují nespojitý průběh(obr. 3), v tužších prvcích systému (např. ocelové vložky) s určitým modulem pružnosti E_a se napětí koncentrují, v poddajnějších částech (výplň), charakterizovaných modulem pružnosti o velikosti E_b, jsou napětí nižší (Poissonova čísla považujeme v obou materiálech za identická). Průměrná radiálně symetrická složka normálového napětí v této nehomogenní vrstvě i odpovídá stanovovanému dílčímu kvazihomogennímu smykovému modulu pružnosti , napětí odpovídající vložkám a napětí ve výplni lze dle vztahů Fotievové vyjádřit vztahy:

$$p_a = \overline{p}_i\left(1+\rho\frac{h}{a}\right), \quad p_b = \overline{p}_i\left(1-\rho\frac{h}{b}\right), \quad h = a+b$$

$$\rho = A_\rho\left(1-K_0\left(\overline{G}\right)\frac{d_2'}{d_1'}\right), \quad A_\rho = \frac{a}{h}\frac{1-\chi_b}{\chi_b+\frac{a}{b}}, \quad \chi_b = \frac{G_b}{G_a}, \quad G_b = \frac{E_b}{2(1+\mu)}, G_a = \frac{E_a}{2(1+\mu)}, \quad \mu = \mu_a = \mu_b$$

kde $K_0\left(\overline{G}\right)$ je koeficinent přenosu zatížení přes analyzovanou dílčí nehomogenní vrstvu i odpovídající kvazihomogennímu modulu pružnosti $\overline{G}$, výrazy $\boldsymbol{X_a = 1+\rho(h/a)}$ a $\boldsymbol{X_b = 1-\rho(h/b)}$ jsou přerozdělovací koeficienty průměrných hodnot napětí mezi vložky a výplň.



Obr. 3: Schéma vzájemného vztahu průměrných hodnot napětí a hodnot napětí ve výplni a ve vložkách v nehomogenní dílčí vrstvě

Ze základního výchozího předpokladu rovnosti posunů na kontaktu s vložkou (u_a) i s výplňovým materiálem (u_b) plyne:

$$u_a(G_a) + u_b(G_b) = 2u\left(\overline{G}\right)$$

Po dosazení

$$\frac{R_i}{4G_a(c^2-1)}\overline{p}_i\left[\left(1+\rho\frac{h}{a}\right)d_1' - K_0\left(\overline{G}\right)d_2'\right] + \frac{R_i}{4G_b(c^2-1)}\overline{p}_i\left[\left(1-\rho\frac{h}{b}\right)d_1' - K_0\left(\overline{G}\right)d_2'\right] = 2\frac{R_i}{4\overline{G}(c^2-1)}\overline{p}_i\left(d_1' - K_0\left(\overline{G}\right)d_2'\right)$$

Z předchozí rovnice vyplývá vztah pro určení dílčího kvazihomogenního smykového modulu pružnosti v dílčí nehomogenní vrstvě, který je váženým průměrem obou modulů G_a a G_b s vahami odpovídajícími příčným rozměrům a, b tuhostně odlišných oblastí:

$$\overline{G} = \frac{G_a a + G_b b}{a+b}, \overline{E} = 2\overline{G}(1+\mu)$$

4 STANOVENÍ CELKOVÉHO KVAZIHOMOGENNÍHO MODULU PRUŽNOSTI PRO CELÝ PRSTENEC OSTĚNÍ

Postup stanovení celkového kvazihomogenního modulu pružnosti pro celý výztužní prstenec lze charakterizovat následovně:

a.) homogenizujeme první dvě vnitřní vrstvy výztužního prstence s využitím podmínky, že radiální složka posunů na vnějším obrysu v pořadí druhé vrstvy musí být identická jak v případě, že uvažujeme dvouvrstvý systém s rozdílným modulem pružnosti v každé vrstvě, tak v případě, že uvažujeme jednu vrstvu (její tloušťka je součtem tlouštěk obou dílčích vrstev) s kvazihomogenním modulem pružnosti $\overline{G}^c$.

Výchozí podmínka pro radiální posun na vnějším poloměru 2. vrstvy má tedy tvar:

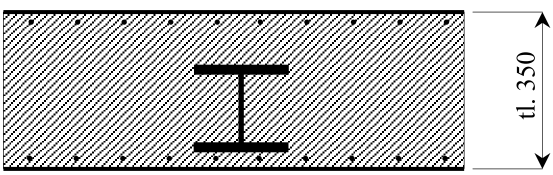
$$\boldsymbol{u_0(R_0, R_2, \overline{G}^c) = u_0(R_1, R_2, G_1, G_2)}$$

kde

$u_0(R_0, R_2, \overline{G}^c)$ je radiální posun odpovídající jedné vrstvě s vnitřním poloměrem R_0 a vnějším poloměrem R2 charakterizované hledaným celkovým kvazihomogenním modulem pružnosti

$u_0(R_1, R_2, G_1, G_2)$je radiální posun odpovídající dvěma vrstvám charakterizovaným moduly pružnosti G1 a G2

S využitím vztahů [1] pro vyjádření hodnot radiálních posunů a po úpravě dostáváme tvar celkového kvazihomogenního smykového modulu pružnosti:



$$\overline{G}^c = \frac{d_1^{*\prime} G_2 (c^2 - 1)}{(c^{*2} - 1)(d_1' - K_0(G_1, G_2) d_2')}$$

$$c = \frac{R_2}{R_1}, c^* = \frac{R_2}{R_0}, d_1' = c^2(2 - 4\mu) + 2,$$

$$d_2' = 4 - 4\mu, d_1^{*\prime} = c^*(2 - 4\mu) + 2$$

Obr. 4: beton SB 25, mřížovina 6x6x100, HEB 200

- $\boldsymbol{K_0(G_1, G_2)}$ koeficient přenosu zatížení přes druhou vrstvu

b.) po provedení homogenizace prvních dvou vnitřních vrstev výztuže zavedeme tuto homogenizovanou vrstvu s tloušťkou rovnou součtu tlouštěk obou dílčích vrstev do uvažovaného vícevrstvého systému a proces homogenizace opakujeme dle postupu popsaného výše.

Algoritmus pro stanovení celkového kvazihomogenního modulu pružnosti nehomogenního prstence ostění lze tedy formulovat následovně:

1) Rozdělení prstence na určitý počet vrstev homogenních (typ vrstev 1) a určitý počet vrstev nehomogenních (typ vrstev 2). Omezujícími podmínkami pro toto dělení je to, že nesmí následovat dvě nehomogenní vrstvy bezprostředně za sebou, musí být vždy odděleny alespoň jednou homogenní vrstvou (i když o minimální tloušťce).

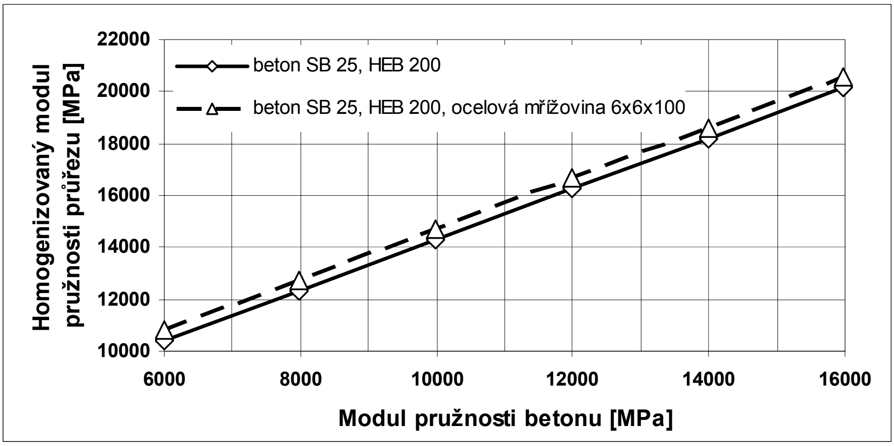
2) Stanovení příslušných dílčích kvazihomogenních modulů pružnosti pro všechny nehomogenní vrstvy v systému.

3) Určení celkového kvazihomogenního modulu pružnosti pro celý prstenec (metoda postupné homogenizace od vnitřních vrstev k vnějším).

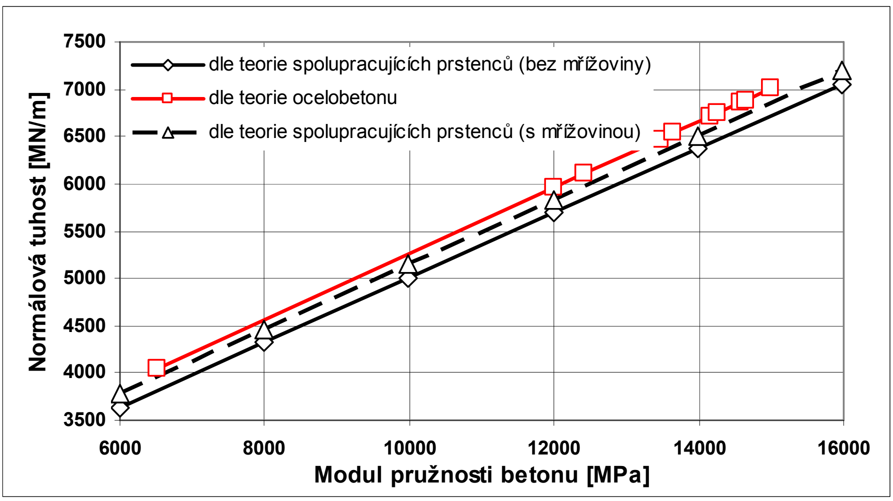
5 SROVNÁVACÍ ŘEŠENÍ VELIKOSTI OHYBOVÉ A NORMÁLOVÉ TUHOSTI OSTĚNÍ TUNELU DOBROVSKÉHO

Primární ostění tunelu Dobrovského je vyztuženo ocelovými válcovanými nosníky HEB200 a dvěma vrstvami mřížoviny KARI 6x6x100 mm. Velikosti ohybových a normálových tuhostí byly stanoveny způsobem uvedeným výše (využitím teorie ocelobetonu) pro průřez na obr. č. 4. Výsledky řešení jsou uvedeny v grafech na obr. č. 6 a 7.

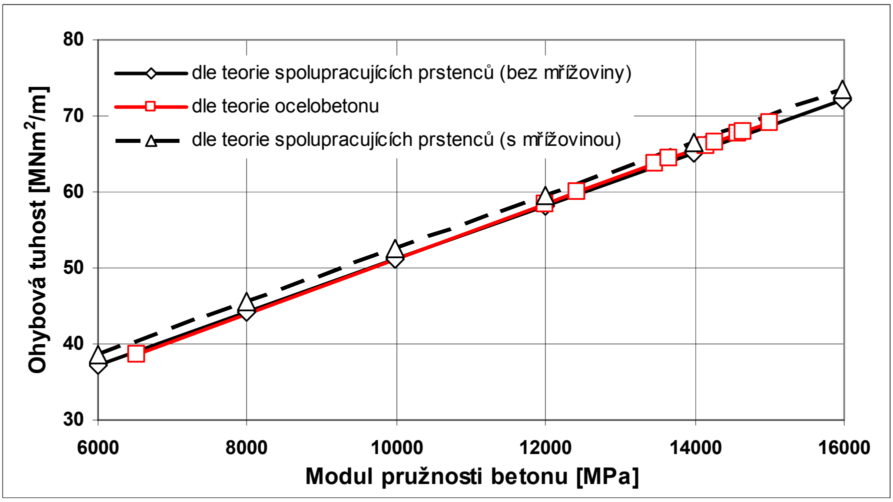
Výše uvedeným postupem byl zpracován výpočtový systém HOMOGENIZACE, který umožnil stanovení náhradního kvazihomogenního modulu pružnosti (G_b, E_b), pomocí kterého jsou jednoduchým způsobem stanoveny hodnoty normálové ohybové tuhosti, protože moment setrvačnosti průřezu je stále konstantní. Výsledky řešení jsou uvedeny na obr. č. 5 (stanovení velikosti kvazihomogenního modulu pružnosti betonového průřezu) a na obr. č. 6 a 7, ve kterých jsou porovnány hodnoty tuhostí ve srovnání s řešením zpracovatele statického řešení tunelu Dobrovského. Lze říci, že navržený alternativní postup dává naprosto srovnatelné výsledky, lišící se v řádu do 3 %.



Obr. 5



Obr. 6



Obr. 7

LITERATURA

[1] N.S. Bulyčev: Mechanika podzemnych sooruženij. NEDRA Moskva 1982

[2] S. Šmiřák: Pružnost a plasticita I. Akademické nakladatelství Brno, 1999

[3] Statický výpočet primárního ostění tunelu Dobrovského. Amberg Engineering, Brno 2007

[4] Aldorf, J. Mechanika podzemních konstrukcí. VŠB-TU Ostrava 1999

Oponentní posudek vypracoval: Doc. Ing. Matouš Hilar, Ph.D., MSc.,CEng., MICE